

8 Unidad

Organización y análisis de datos estadísticos

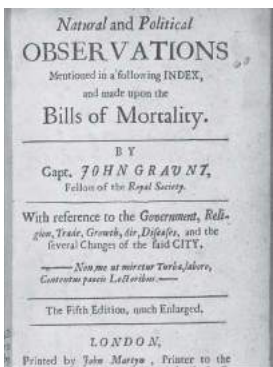
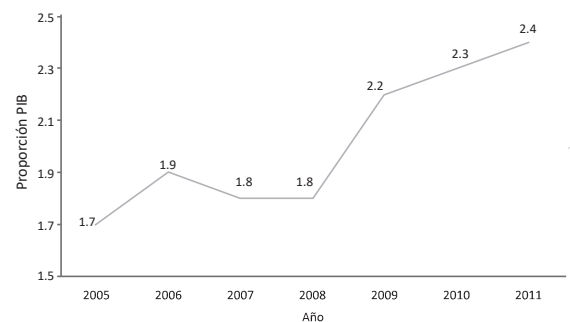


Imagen del trabajo realizado por John Graunt en 1662.

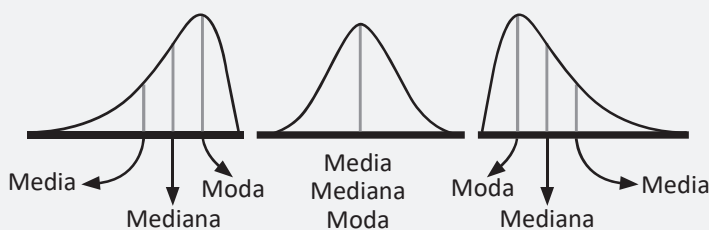
La estadística tuvo sus orígenes en actividades que estaban relacionadas directamente con la organización política, jurídica y administrativa de distintas civilizaciones, entre las que se pueden mencionar los egipcios, los babilónicos y los romanos; para ello, los funcionarios públicos tenían la obligación de anotar nacimientos, matrimonios y defunciones, sin olvidar los recuentos periódicos del ganado y de las riquezas que poseían los territorios conquistados; pero John Graunt (1620 - 1674) fue el primero que puso las bases de una estadística científica, realizando un trabajo a partir de las tablas de mortalidad de la ciudad de Londres.

La estadística juega un papel importante en distintas áreas; por ejemplo, en el sector educativo, económico, tecnológico, social y de la salud, proporcionando herramientas metodológicas que facilitan la recolección, comparación y análisis de datos, con el fin de generar modelos para hacer predicciones y facilitar la toma de decisiones. Por ejemplo, las redes sociales, se nutren de un continuo análisis estadístico en el desarrollo de sus aplicaciones internas.

Gráfico 2. Evolución del presupuesto del MINSAL como proporción del PIB, (2005 - 2011)



Ministerio de Salud, Estudio de exclusión social en salud, diciembre 2011.



Relaciones entre las medidas de tendencia central.

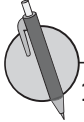
En el desarrollo de los contenidos de esta unidad aprenderás a organizar datos en tablas, representarlos mediante gráficas y determinar valores representativos que se conocen como medidas de tendencia central; así como algunas de sus propiedades y aplicaciones en situaciones cotidianas.

1.1 Agrupación de datos



Para organizar una serie de datos en grupos se realiza lo siguiente:

1. Se definen las categorías considerando el número de grupos a crear y los límites a considerar.
2. Se colocan los datos uno a uno, en el grupo al que pertenecen, teniendo cuidado que en cada grupo deben quedar los datos cuyo valor es igual o mayor al del límite menor, pero que sean menores que el límite mayor.



1. La siguiente serie de datos corresponde a los registros de ventas diarias en dólares que don Carlos registró en su panadería, durante el mes de abril.

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 39 | 35 | 30 | 21 | 40 | 45 | 20 | 16 | 30 |
| 35 | 40 | 21 | 34 | 50 | 25 | 35 | 30 | 40 |
| 45 | 40 | 35 | 50 | 30 | 20 | 35 | 55 | 55 |
| 64 | 62 | 55 | | | | | | |

- a) Clasifica los datos en 5 grupos de 10 en 10, inicia en 15 y termina en 65.
- b) ¿En qué grupo se concentró el mayor número de días?
- c) ¿Qué cantidad de días se tuvo una venta mayor o igual 51 dólares?
- d) ¿Qué cantidad de días se tuvo una venta superior a 24 dólares e inferior a 52 dólares?

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

2. La siguiente serie de datos corresponde al total de pupusas que un mesero despachó por día durante un período de tiempo determinado, en la pupusería San José.

| | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 125 | 130 | 120 | 125 | 140 | 134 | 80 | 90 | 100 |
| 125 | 150 | 140 | 115 | 120 | 130 | 115 | 140 | 160 |
| 135 | 140 | 125 | 120 | 115 | 160 | 200 | 225 | 250 |
| 215 | 205 | 90 | | | | | | |

- a) Clasifica los datos en 5 grupos de 35 en 35, que inicia en 80 y termina en 255.
- b) ¿En qué grupo se concentró el mayor número de días?
- c) ¿Qué cantidad de días se vendió un mayor número de pupusas?
- d) ¿Qué cantidad de días se vendió una cantidad de pupusas igual o mayor a 185?

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

1.4 Gráficas estadísticas

R A continuación se muestra el total de piezas producidas al día por un empleado de una empresa, durante 30 días.

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | | | 218 | 249 |
| | | 185 | 215 | 249 |
| | 160 | 190 | 220 | 248 |
| | 175 | 195 | 210 | 230 |
| | 165 | 190 | 220 | 245 |
| 150 | 155 | 185 | 215 | 240 |
| 140 | 170 | 180 | 205 | 230 |
| 148 | 175 | 201 | 210 | 235 |
| 136 | 160 | 200 | 205 | 230 |
| 130 a 154 | 154 a 178 | 178 a 202 | 202 a 226 | 226 a 250 |

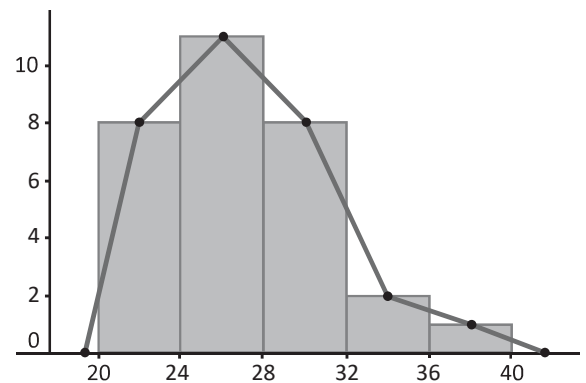
| Piezas producidas | Número de días | Punto medio |
|-------------------|----------------|-------------|
| | f | Pm |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| Total | | |

1. Ordena los datos en una tabla de distribución de frecuencias.
2. ¿Qué cantidad de días produjo más de 178 piezas?
3. ¿Qué cantidad de días produjo una cantidad de piezas inferior a 202?
4. ¿En qué grupo o grupos se concentró el mayor número de días?
5. Determina el ancho de las clases.
6. Calcula el punto medio de cada clase y colócalos en la tabla.
7. ¿Cuál es la frecuencia de la clase cuyo punto medio es 190?



La gráfica que se obtiene al representar las clases con sus respectivas frecuencias se llama **histograma** y para elaborarlo se realiza lo siguiente:

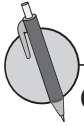
- Se coloca en el eje horizontal los límites de las clases.
- En el eje vertical se coloca la frecuencia, se busca una escala adecuada considerando los valores de la frecuencia de la distribución de los datos.
- Se levantan rectángulos cuya base coincide con el ancho de clases y la altura con la frecuencia de la respectiva clase.



Al observar el histograma se puede encontrar que

- Tiene forma parecida a la de una montaña donde la parte más alta indica dónde se encuentra concentrado el mayor número de datos.
- Los rectángulos que forman el histograma tienen un área proporcional a la frecuencia de su clase.

En algunos casos es importante resaltar la forma de la distribución de los datos, en ese caso se coloca un punto en el punto medio del lado superior de cada rectángulo, se unen con segmentos de recta los puntos identificados; luego el extremo izquierdo se conecta con el punto medio de una clase imaginaria anterior a la menor con frecuencia cero, y el extremo derecho se conecta con el punto medio de una clase imaginaria posterior a la mayor, también con frecuencia cero. A la gráfica que se obtiene se le llama polígono de frecuencia.



Con la información organizada en cada una de las tablas, realiza lo siguiente:

- Representa los datos mediante un histograma.
- Calcula el punto medio de cada clase y colócalos en la tabla.
- Determina qué características tiene la gráfica que muestra la distribución.
- Grafica el polígono de frecuencia a partir del histograma.

1. Don Miguel tiene una pequeña empresa dedicada al comercio del café, cada día empaca una determinada cantidad de bolsas, la tabla muestra la cantidad de bolsas empacadas durante un año.

| Cantidad de bolsas | Número de días | Punto medio |
|--------------------|----------------|-------------|
| | <i>f</i> | <i>Pm</i> |
| 200 - 240 | 70 | |
| 240 - 280 | 75 | |
| 280 - 320 | 65 | |
| 320 - 360 | 70 | |
| 360 - 400 | 85 | |
| Total | 365 | |

2. La tabla contiene el registro del puntaje de los resultados de una prueba aplicada a una muestra de estudiantes de educación básica del Centro Escolar Pueblo Escondido.

| Puntajes | Número de estudiantes | Punto medio |
|--------------|-----------------------|-------------|
| | <i>f</i> | <i>Pm</i> |
| 0 - 20 | 15 | |
| 20 - 40 | 35 | |
| 40 - 60 | 25 | |
| 60 - 80 | 15 | |
| 80 - 100 | 10 | |
| Total | 100 | |

1.5 Uso del polígono de frecuencias



La tabla muestra los kilómetros recorridos por un taxi durante un año, realiza lo siguiente:

1. Determina el ancho de las clases.
2. Calcula el punto medio de cada clase y colócalos en la tabla.
3. ¿Cuál es la frecuencia de la clase cuyo punto medio es 75?
4. Representa los datos mediante un histograma.
5. Determina qué características tiene la gráfica que muestra la distribución.
6. Grafica el polígono de frecuencia a partir del histograma.

| Kilómetros | Número de días | Punto medio |
|--------------|----------------|-------------|
| | f | Pm |
| 0 - 50 | 55 | |
| 50 - 100 | 65 | |
| 100 - 150 | 75 | |
| 150 - 200 | 90 | |
| 200 - 250 | 80 | |
| Total | 365 | |

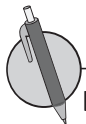


La comparación de datos estadísticos, generalmente no se puede realizar directamente con las frecuencias de cada clase, en estos casos, es necesario calcular la razón entre la frecuencia de cada clase y el total de la frecuencia, $\frac{\text{frecuencia}}{\text{total de frecuencias}}$, a este cociente se le llama **frecuencia relativa (f_r)**.

Considerando que el total de las frecuencias es igual al número de datos (n), entonces:

$$f_r = \frac{\text{frecuencia}}{\text{total de frecuencias}} = \frac{f}{n}$$

Al producto que se obtiene al multiplicar la frecuencia relativa por 100 se le llama **frecuencia relativa porcentual ($f_r\%$)**, es decir que $f_r\% = \frac{\text{frecuencia}}{\text{total de frecuencias}} \times 100 = \frac{f}{n} \times 100$, esta se utiliza para determinar los porcentajes de datos que corresponden a cada clase de la distribución para facilitar el análisis y/o comparación de una o más series de datos.



La tabla muestra los datos de la asistencia del mes de junio, de la sección A de los alumnos de primer grado del Centro Escolar El Castillo, con la información, realiza lo siguiente:

| Total de estudiantes | Sección A días | Frecuencia relativa | Frecuencia relativa Porcentual | Punto medio |
|----------------------|----------------|---------------------|--------------------------------|-------------|
| | f | f_r | $f_r\%$ | Pm |
| 16 - 19 | 2 | | | |
| 19 - 22 | 4 | | | |
| 22 - 25 | 6 | | | |
| 25 - 28 | 9 | | | |
| 28 - 31 | 9 | | | |
| Total | | | | |

1. Calcula las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales.
2. Calcula el punto medio de cada clase y colócalos en la tabla.
3. Representa los datos en un polígono de frecuencia.

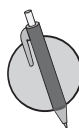
¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

1.6 Interpretación de datos estadísticos

- R** 1. La siguiente información corresponde a las horas semanales que los estudiantes de octavo grado dedican para realizar sus tareas de matemática:

| Total de estudiantes | Número de horas | Punto medio | Frecuencia relativa | Frecuencia relativa porcentual |
|----------------------|-----------------|-------------|---------------------|--------------------------------|
| | f | Pm | f_r | $f_r\%$ |
| 0 - 6 | 8 | | | |
| 6 - 12 | 12 | | | |
| 12 - 18 | 9 | | | |
| 18 - 24 | 5 | | | |
| 24 - 30 | 2 | | | |
| Total | | | | |

- Representa los datos mediante un histograma.
- ¿Qué características tiene la gráfica que muestra la distribución?
- Calcula el punto medio de cada clase y colócalos en la tabla.
- Grafica el polígono de frecuencia a partir del histograma.

-  2. La siguiente tabla muestra los casos sospechosos de chikungunya (CHIKV) por grupo de edad de la semana 01 a la 39 (SE01 - 39) de 2015, según Boletín Epidemiológico Semana 39 (del 27 de septiembre al 03 de octubre 2015) de la Dirección de Vigilancia Sanitaria del Ministerio de Salud.

| Edad (años) | Casos | Punto medio | Porcentaje de casos |
|--------------|-------|-------------|---------------------|
| | f | Pm | $f_r\%$ |
| 10 - 20 | 7092 | | |
| 20 - 30 | 11026 | | |
| 30 - 40 | 8554 | | |
| 40 - 50 | 5999 | | |
| 50 - 60 | 3190 | | |
| Total | | | |

Determina:

- Porcentaje de casos de CHIKV para los cinco grupos de personas.
- Porcentaje de casos sospechosos en personas de 40 años o más.
- Porcentaje de casos sospechosos en personas menores de 30 años.
- Edad promedio del grupo cuyo porcentaje de casos sospechosos es mayor.

1.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

| Ítem | Sí | Podría mejorar | No | Comentario | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----------------|----|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>Puedo ordenar y clasificar series de datos como la del ejemplo: En una Unidad de Salud, se lleva el registro de las tallas en cm de una muestra de niños, a continuación se presentan las tallas cuando cumplieron 4 años de edad.</p> <p>78 72 78 87 67 77 90 76 66 87 70 86 68 77 89 81 74 88 71 79 89 77 70 71 88 74 87 95 70 89 84 74 80 86 79 87 77 89 70 87</p> <p>a) Identifica la talla menor y la talla mayor. b) Organiza los datos en 5 grupos. c) Construye una tabla con los datos agrupados en 5 clases de ancho 5. d) ¿En qué grupo quedan clasificados la mayor cantidad de niños y niñas?</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 60px; margin-bottom: 10px;"> <tr><td style="width: 20%;"></td><td style="width: 20%;"></td><td style="width: 20%;"></td><td style="width: 20%;"></td><td style="width: 20%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; height: 60px;"> <tr><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td><td style="width: 33%;"></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2. Represento información mediante polígonos de frecuencias porcentuales, tal como el siguiente ejemplo:

La tabla muestra los datos de la asistencia desde el mes de enero a junio de la sección B de los alumnos de primer grado del Centro Escolar El Castillo, con esta información, realiza lo siguiente:

| Días asistidos | Total de niños | Punto medio | Frecuencia relativa | Frecuencia relativa porcentual |
|----------------|----------------|-------------|----------------------|--------------------------------|
| | <i>f</i> | <i>Pm</i> | <i>f_r</i> | <i>f_r%</i> |
| 1 - 20 | 1 | | | |
| 20 - 40 | 4 | | | |
| 40 - 60 | 10 | | | |
| 60 - 80 | 15 | | | |
| 80 - 100 | 10 | | | |
| Total | 40 | | | |

- Construye el respectivo histograma.
- A partir del histograma, construye el polígono de frecuencias.
- Calcula las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales, colócalas en la tabla.
- Calcula los puntos medios y colócalos en la tabla.
- ¿Cuántos niños asistieron 65 días en promedio?
- ¿Cuántos niños asistieron menos de 80 días?
- ¿Qué porcentaje de niños asistieron 60 días o más?

2.1 Sentido de las medidas de tendencia central



Tal como se aprendió en sexto grado, se pueden calcular valores representativos que pueden describir una serie de datos, los cuales se detallan a continuación:

La mediana, es el valor que ocupa la posición central en una serie de datos, cuando ya han sido ordenados de menor a mayor. Para determinar el valor de la mediana, se consideran los siguientes casos:

- Cuando el número de datos n es impar, la mediana es el dato x que ocupa la posición central. En este caso, para determinar la posición central se utiliza la fórmula $\frac{n+1}{2}$, por ejemplo si $n = 11$, entonces la posición de la mediana es: $\frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$.
- Cuando el número de datos n es par, la mediana es el número que se encuentra entre los dos datos centrales, pues al determinar la posición de la mediana, se obtiene un valor que no corresponde a la posición de ningún dato de la serie; por ejemplo, si $n = 12$, entonces, al determinar la posición de la mediana, $\frac{12+1}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$, lo que indica que la mediana es el número que está entre el dato 6 y el dato 7. En este caso, la *Mediana = Punto medio de los dos datos centrales*.

La Moda, es el valor que aparece la mayor cantidad de veces en una serie, es decir, la moda es el dato que tiene la mayor frecuencia. En casos en que todos los datos aparecen igual cantidad de veces, se dice que la serie no tiene moda o que carece de moda.

La media aritmética (μ) es el número que resulta de dividir la suma de todos los datos x entre el número de datos n y que se conoce también como **promedio**. Media aritmética = $\frac{\text{Suma de todos los datos } x}{n}$.



Las siguientes series de datos corresponden a los ingresos diarios generados por dos taxis de la Cooperativa Correcamino en los últimos 10 días:

Unidad 1: 150, 135, 150, 140, 180, 100, 170, 150, 125, 175

Unidad 2: 100, 175, 150, 180, 160, 140, 170, 175, 140, 190

Con los datos de cada unidad, realiza lo siguiente:

- Ordena los datos de menor a mayor.
- Identifica el mínimo y el máximo.
- Determina la mediana.
- Identifica el valor de la moda.
- Calcula la media aritmética.
- ¿Es posible determinar cuál unidad genera mayores ingresos?

2.2 Media aritmética

R Las siguientes series de datos corresponden al número de estudiantes de tercer ciclo que realizaron la prueba mensual de matemática durante el año recién pasado:

Turno matutino: 150, 145, 130, 125, 150, 140, 135, 150, 145, 150

Turno vespertino: 100, 105, 95, 100, 103, 105, 107, 104, 100, 105

Con los datos de cada turno, realiza lo siguiente:

- Ordena los datos de menor a mayor.
- Identifica el mínimo y el máximo.
- Determina la mediana.
- Identifica el valor de la moda.
- Calcula la media aritmética.

C Para determinar la media aritmética de una serie de datos organizados en una distribución de frecuencias, se utiliza la ecuación: $Media\ aritmética = \frac{Suma\ de\ los\ productos\ de\ Pm \times f}{Número\ de\ datos}$.

P La tabla contiene el registro de la asistencia de la sección A y B de primer grado del Centro Escolar El Castillo, con la información realiza lo siguiente:

| Asistencia sección A | Número de días | Punto medio | $f \times Pm$ |
|-------------------------|-------------------|----------------|---------------|
| | f | Pm | |
| 16 - 19 | 2 | | |
| 19 - 22 | 4 | | |
| 22 - 25 | 6 | | |
| 25 - 28 | 9 | | |
| 28 - 31 | 9 | | |
| Total | | | |

| Asistencia sección B | Número de días | Punto medio | $f \times Pm$ |
|-------------------------|-------------------|----------------|---------------|
| | f | Pm | |
| 16 - 19 | 1 | | |
| 19 - 22 | 5 | | |
| 22 - 25 | 7 | | |
| 25 - 28 | 8 | | |
| 28 - 31 | 9 | | |
| Total | | | |

- Completa la tabla.
- Calcula la media aritmética.
- Compara la asistencia media de las dos secciones, ¿es posible determinar en cuál de las dos hay mayor asistencia?

2.3 Propiedades de la media aritmética

- R** 1. Los datos de la tabla corresponden a las notas obtenidas por Carmen en séptimo grado, con estos datos, realiza lo siguiente:

- Ordena los datos de menor a mayor.
- Identifica el mínimo y el máximo.
- Determina la mediana.
- Identifica el valor de la moda.
- Calcula la media aritmética.

| Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Sep | Oct |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 7 | 8 | 6 | 9 | 10 | 7 | 8 | 6 | 7 | 10 |

2. Don Miguel tiene una pequeña empresa dedicada al comercio del café, cada día empaca una determinada cantidad de bolsas, la tabla muestra la cantidad de bolsas empacadas durante un año; con la información, realiza lo siguiente:

| Cantidad de bolsas | Número de días | Punto medio | $f \times Pm$ |
|--------------------|----------------|-------------|---------------|
| | f | Pm | |
| 200 - 240 | 70 | | |
| 240 - 280 | 75 | | |
| 280 - 320 | 65 | | |
| 320 - 360 | 70 | | |
| 360 - 400 | 85 | | |
| Total | 365 | | |

- Completa la tabla.
- Calcula la media aritmética aproximada.

C A partir de la definición de la media aritmética, se obtiene que la suma de los datos de una serie es igual a n veces la media aritmética, es decir $\mu = \frac{\text{Suma de todos los datos } x}{n}$, de donde $n\mu = \text{Suma de todos los datos } x$.

La media aritmética posee algunas propiedades, entre las cuales se tienen:

- Si a todos los valores de la variable se les suma una cantidad, la media aritmética queda aumentada en dicha cantidad. Por ejemplo, la serie 3, 4, 5, 4, 9 tiene $\mu = 5$, si a cada dato se le suma 2, se obtiene la serie 5, 6, 7, 6, 11; cuya media es $\mu = 5 + 2 = 7$.
- Si todos los valores de la variable se multiplican por una misma constante, la media aritmética queda multiplicada por dicha constante. Por ejemplo, la serie 3, 4, 5, 4, 9 tiene $\mu = 5$, si a cada dato se multiplica por 2, se obtiene la serie 6, 8, 10, 8, 18; cuya media es $\mu = 5(2) = 10$.

P Analiza la siguiente situación, luego realiza lo que se pide en cada caso.

En la tienda La Esquina, con motivo de la celebración de su aniversario, al realizar una compra, si el monto a pagar es igual o mayor a 25 dólares, todos sus clientes pueden escoger una de las siguientes opciones:

- Descuento del 20% sobre el costo total al momento de realizar el pago.
- Descuento de 10 dólares sobre el monto a pagar.

a) Si tú fueses un cliente de la tienda, ¿cuál opción preferirías?, ¿por qué?

b) ¿A partir de qué monto conviene seleccionar la primera opción?

2.4 Mediana y moda



1. La tabla contiene el registro del puntaje de los resultados de una prueba aplicada a una muestra de estudiantes de educación básica del Centro Escolar Pueblo Escondido. Con la información, realiza lo siguiente:

- Completa la tabla.
- Calcula la media aritmética.

| Puntajes | Número de estudiantes | Punto medio | $f \times Pm$ |
|--------------|-----------------------|-------------|---------------|
| | f | Pm | |
| 0 - 20 | 15 | | |
| 20 - 40 | 35 | | |
| 40 - 60 | 25 | | |
| 60 - 80 | 15 | | |
| 80 - 100 | 10 | | |
| Total | | | |

2. En el Banco del Pueblo, cada cajero al final del turno entrega un promedio de \$2,800.00; con el objetivo de mejorar los ingresos, el gerente propone a todos los cajeros/as las siguientes opciones:

- Aumentar las ventas en un 9% sobre el total que entregan en este momento.
- Entregar 250 dólares más del entregado en este momento.

Para los cajeros, ¿cuál opción crees que es más viable? Justifica tu respuesta.



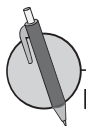
Cuando se tiene una distribución de frecuencias, existen distintos métodos para determinar el valor de la mediana y la moda, en este caso se ha considerado únicamente el método que se conoce como **aproximado**, donde:

Para determinar la mediana:

- Se identifica la clase donde queda ubicado el dato que ocupa la posición central $\frac{n}{2}$ **clase mediana**.
- El valor aproximado de la mediana será el punto medio de la clase mediana.

Para determinar la moda:

- Se identifica la clase cuya frecuencia sea mayor **clase modal**.
- El valor aproximado de la moda será el punto medio de la clase modal.



Don Miguel tiene una pequeña empresa dedicada al comercio del café, cada día empaca una determinada cantidad de bolsas, la tabla muestra la cantidad de bolsas empacadas durante un año, con la información realiza lo siguiente:

- Determina la moda.
- Determina el valor de la mediana.

| Cantidad de bolsas | Número de días | Datos acumulados |
|--------------------|----------------|------------------|
| | f | |
| 200 - 240 | 70 | |
| 240 - 280 | 75 | |
| 280 - 320 | 60 | |
| 320 - 360 | 70 | |
| 360 - 400 | 85 | |
| Total | 360 | |

2.5 Propiedades de las medidas de tendencia central

R 1. El profesor de matemática de séptimo grado les asignó una tarea a sus estudiantes para ser entregada el día del examen, con el objetivo de darles cierta ponderación sobre el examen y les propuso las siguientes opciones:

- Aumentar en un 10% sobre la nota obtenida en el examen.
- Aumentar en un punto la nota obtenida en el examen.

¿Cuál opción crees que les favorece más a los estudiantes? ¿Por qué?

2. La tabla contiene el registro del puntaje de los resultados de una prueba aplicada a una muestra de estudiantes de educación básica del Centro Escolar Pueblo Escondido, con la información realiza lo siguiente:

- Determina la moda.
- Determina el valor de la mediana.

| Puntajes | Número de estudiantes | Datos acumulados |
|--------------|-----------------------|------------------|
| | f | |
| 0 - 20 | 15 | |
| 20 - 40 | 35 | |
| 40 - 60 | 25 | |
| 60 - 80 | 15 | |
| 80 - 100 | 10 | |
| Total | | |

C La moda, mediana y media aritmética son llamadas medidas de tendencia central debido a que cuando los datos se ordenan de menor a mayor o viceversa, estas tienden a quedar ubicadas en el centro de la serie.

- **La moda y la mediana** se pueden utilizar para series de datos cualitativos (no numéricos) y cuantitativos (numéricos), además no se ven afectadas por los valores extremos de una serie de datos.
- **La media aritmética** se utiliza únicamente para series de datos cuantitativos (numéricos), aunque la media es confiable en el sentido de que toma en cuenta todos los valores del conjunto de datos, puede verse afectada por valores extremos que no son representativos del resto de los datos, tal como se muestra en el numeral 2 del ejemplo anterior.

 Determina la moda, mediana y la media aritmética para cada una de las siguientes series de datos:

A: 10, 8, 6, 4, 5, 3, 7, 9, 2

B: 4, 12, 16, 6, 8, 20, 18, 14, 10

C: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

a) Compara los resultados obtenidos, ¿qué concluyes?

b) ¿Qué sucedería con las tres medidas de tendencia central si cada dato de la serie A se multiplicara por 5?

2.6 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

| Ítem | Sí | Podría mejorar | No | Comentario | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|---------------------|-------------|----------------|------------------|----------------|------------------|---------|----|--|--|--|---------|----|--|--|--|---------|-----|--|--|--|---------|----|--|--|--|---------|---|--|--|--|--------------|-------------|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>1. Organizo datos y determino las medidas de tendencia central, tal como se muestra en el ejemplo: Las siguientes series de datos corresponden a los kilómetros recorridos por día por dos taxis de la Cooperativa Santa Fe, en los últimos 10 días: Unidad 1: 350, 335, 250, 440, 580, 300, 370, 450, 325, 450. Unidad 2: 300, 275, 450, 380, 560, 390, 470, 375, 340, 490.</p> <p>Con los datos de cada sucursal, realiza lo siguiente: a) Ordena los datos de menor a mayor. b) Identifica el mínimo y el máximo. c) Determina la mediana. d) Identifica el valor de la moda. e) Calcula la media aritmética.</p> <p>¿Es posible determinar cuál unidad genera mayores ingresos?</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>2. Determino las medidas de tendencia central para datos organizados en distribuciones de clases y frecuencias tal como el ejemplo:</p> <p>En una fábrica se ha medido la longitud de 1000 clavos para determinar si la máquina cortadora está ajustada y se han obtenido los siguientes datos:</p> <table border="1" data-bbox="188 1552 801 1904"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Longitud en mm</th> <th>Número de tornillos</th> <th>Punto medio</th> <th rowspan="2">$F \times P_m$</th> <th rowspan="2">Datos acumulados</th> </tr> <tr> <th>f</th> <th>P_m</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>45 - 55</td> <td>15</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>55 - 65</td> <td>55</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>65 - 75</td> <td>850</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>75 - 85</td> <td>75</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>85 - 95</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>1000</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>a) Calcula la longitud promedio de los clavos. b) Determina el valor modal. c) Calcula el valor de la mediana de la serie.</p> | Longitud en mm | Número de tornillos | Punto medio | $F \times P_m$ | Datos acumulados | f | P_m | 45 - 55 | 15 | | | | 55 - 65 | 55 | | | | 65 - 75 | 850 | | | | 75 - 85 | 75 | | | | 85 - 95 | 5 | | | | Total | 1000 | | | | | | | |
| Longitud en mm | | Número de tornillos | Punto medio | | | $F \times P_m$ | Datos acumulados | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | f | P_m | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 45 - 55 | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 55 - 65 | 55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 65 - 75 | 850 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 75 - 85 | 75 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 85 - 95 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | 1000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?

2.7 Autoevaluación de lo aprendido

Resuelve y marca con una "x" la casilla que consideres adecuada de acuerdo a lo que aprendiste. Sé consciente con lo que respondas.

| Ítem | Sí | Podría mejorar | No | Comentario | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----------------|----|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>1. Puedo resolver situaciones como la del ejemplo siguiente:</p> <p>Se han exprimido 38 naranjas de cierta plantación y se ha medido la cantidad de jugo obtenido expresada en centilitros (cl). Los resultados fueron: 55, 60, 48, 39, 40, 39, 55, 38, 46, 50, 51, 59, 56, 55, 49, 47, 48, 49, 56, 53, 47, 50, 52, 57, 58, 52, 60, 65, 46, 51, 60, 75, 45, 50, 40, 35, 65, 74.</p> <p>a) Agrupa los datos en 5 intervalos de amplitud 8 cl comenzando por la clase de 35 a 43. b) Elabora la tabla de frecuencias y represéntala en un polígono de frecuencias. c) Halla el valor de la mediana, media y moda.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>2. Aplico propiedades de la media aritmética para resolver situaciones como la del ejemplo:</p> <p>Doña Carmen pagaba mensualmente un promedio de 15 dólares en concepto de energía eléctrica, pero a partir de marzo de 2017, no recibió el subsidio, el recibo de la luz ha reflejado un aumento mensual de 20% sobre el monto promedio que pagaba, determina:</p> <p>a) El nuevo promedio que pagará en concepto de energía eléctrica a partir de marzo de 2017. b) El monto total que doña Carmen invertirá este año en concepto de energía eléctrica. c) El costo aproximado del kWh de energía eléctrica en El Salvador es de 0.25 centavos de dólar y una lavadora gasta en promedio 900 Wh por hora cuando está encendida; si doña Carmen utiliza la lavadora 3 horas en promedio, por semana, ¿cuánto ahorraría en el pago de energía si deja de usar la lavadora?</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2.8 Relación entre media, moda y mediana

- R** 1. La tabla contiene el registro de la asistencia de la sección A y B de primer grado del Centro Escolar El Castillo, para cada sección determina la moda y la mediana, luego compara los resultados.

| Total de estudiantes Sección A | Número de días | Datos acumulados |
|-----------------------------------|----------------|------------------|
| | f | |
| 16 - 19 | 2 | |
| 19 - 22 | 4 | |
| 22 - 25 | 6 | |
| 25 - 28 | 9 | |
| 28 - 31 | 9 | |
| Total | | |

| Total de estudiantes Sección B | Número de días | Datos acumulados |
|-----------------------------------|----------------|------------------|
| | f | |
| 16 - 19 | 1 | |
| 19 - 22 | 5 | |
| 22 - 25 | 7 | |
| 25 - 28 | 8 | |
| 28 - 31 | 9 | |
| Total | | |

2. Los datos que se muestran a continuación corresponden a los montos de ventas diarias de tres empleados del almacén El Paso.

| | Lun | Mar | Mié | Jue | Vie | Sáb | Dom |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Carmen | 300 | 250 | 400 | 350 | 400 | 600 | 550 |
| Miguel | 250 | 300 | 450 | 400 | 450 | 580 | 600 |
| Ana | 400 | 350 | 250 | 500 | 450 | 650 | 600 |

Aproxima los resultados a las décimas.

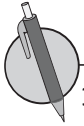
Determina:

- La venta promedio de cada empleado.
- La venta promedio por día.
- La moda y mediana de la venta de cada empleado.
- Compara los resultados obtenidos del literal a) y c), ¿qué concluyes?

C Para una distribución de frecuencias, la forma del gráfico depende de la relación que existe entre el valor de la moda, mediana y media aritmética, es decir:

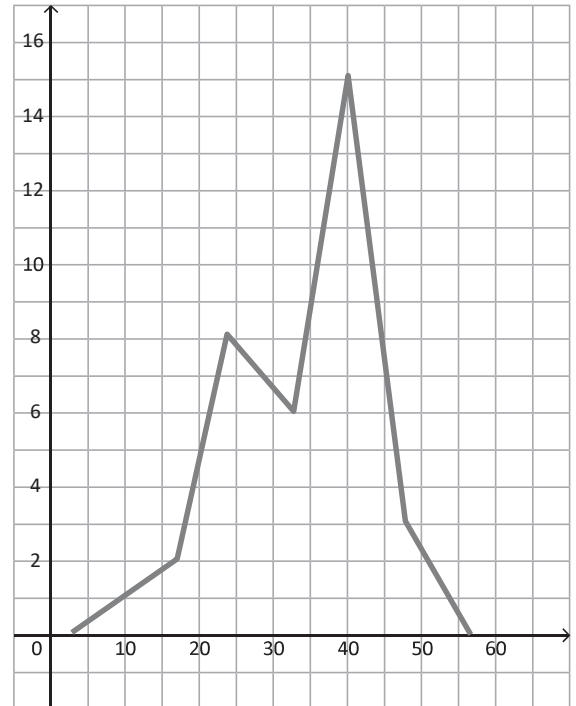
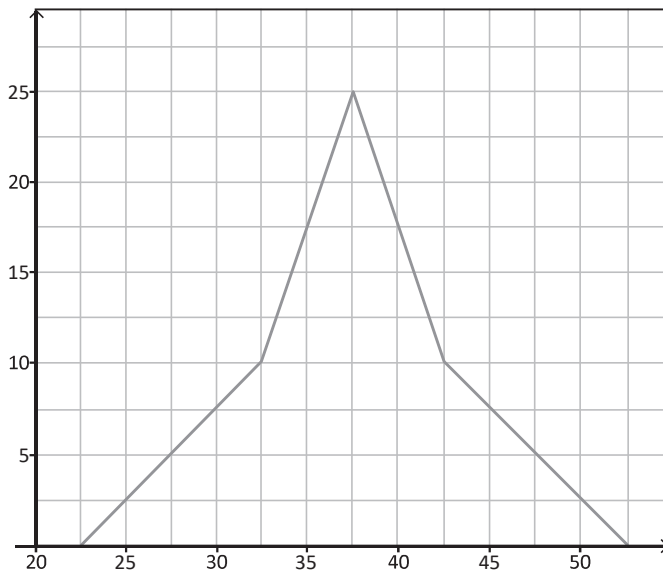
- Si en una distribución de frecuencias, la moda, mediana y media aritmética, tienen igual valor, se dice que es una distribución simétrica.
- Si en una distribución de frecuencias, la moda, mediana y media aritmética, tienen la siguiente relación: $\text{media} > \text{mediana} > \text{moda}$, se dice que la distribución es **asimétrica o con cola a la derecha** (sesgada a la derecha).
- Si en una distribución de frecuencias, la moda, mediana y media aritmética, tienen la siguiente relación: $\text{media} < \text{mediana} < \text{moda}$, se dice que la distribución es **asimétrica o con cola a la izquierda** (sesgada a la izquierda).

¿Cuánto tiempo necesité para resolver los problemas?



1. Observa la forma de cada una de las siguientes gráficas que corresponden a una distribución de datos, luego realiza lo siguiente para cada caso:

- Identifica el valor aproximado de la moda.
- Determina la relación entre media, moda y mediana a partir de la forma del gráfico.



2. La distribución de los salarios de una empresa dedicada a la manufactura tiene los siguientes valores representativos: media aritmética 400, moda 350 y mediana 375 dólares.

A partir de la relación entre los tres valores representativos describe el tipo de distribución y elabora un boceto del polígono de frecuencias que le corresponde.

3.1 Valor aproximado



Cuando se calcula un cociente aplicando un proceso de división o mediante el uso de una calculadora, se pueden obtener hasta ocho o más dígitos. Para redondear a 2 o 3 cifras significativas se aplican las reglas de redondeo aprendidas en educación básica.

- Si el primer dígito que se eliminará es menor que 5, ese dígito y todos los dígitos que le siguen, simplemente se eliminan.
- Si el primer dígito que se eliminará es mayor de 5 o si es 5 seguido de dígitos diferentes de cero, todos los dígitos siguientes se suprimen y el valor del último dígito que se conserva se aumenta en una unidad.

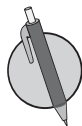
El número obtenido después de aplicar redondeo se llama **valor aproximado** y al resultado con todos los dígitos se le llama **valor real o valor exacto**. A la diferencia entre el valor real y el aproximado se le llama **margen de error**.

El valor absoluto del margen de error puede ser como máximo la mitad de la unidad a la que se aproxima un número, por ejemplo:

Si se tiene como resultado 12 redondeado hasta las unidades, el valor absoluto del margen de error puede ser como máximo 0.5, por tanto el valor real puede estar entre 11.5 y 12.5; es decir:

$$11.5 \leq 12 < 12.5$$

Si el resultado fuese 8.4 redondeado hasta las décimas, el valor absoluto del margen de error puede ser como máximo 0.05, por tanto el valor real puede estar entre 8.35 y 8.45; es decir, $8.35 \leq 8.4 < 8.45$.



Para cada una de las siguientes cantidades, determina:

1. Valor aproximado, según se indica en cada caso.
2. El valor absoluto del margen de error.
3. Rango del valor absoluto del valor real.

Redondear a las décimas:

a) 7.6597

b) 8.3254

c) 9.4375

d) 4.578

Calcular y redondear a las centésimas:

e) $17 \div 3$

f) $20 \div 6$

g) $52 \div 22$

h) $37 \div 13$

3.2 Dígitos significativos



Para cada una de las siguientes cantidades, determina:

1. Valor aproximado según se indica en cada caso.
2. El valor absoluto del margen de error.
3. Rango del valor absoluto del valor real.

Redondear a las décimas:

a) 4.3527

b) 12.3957

Calcular y redondear a las centésimas:

c) $107 \div 13$

d) $205 \div 11$

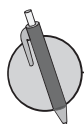


Cuando se aproxima una cantidad o cuando se realiza cualquier medición o cálculo, los dígitos que tienen un significado real y que por tanto aportan alguna información para determinar el valor real, se les llama **dígitos significativos** o **cifras significativas**. Para determinar la cantidad de dígitos significativos, se consideran ciertas reglas, entre las que se tienen:

1. En números que no contienen ceros, todos los dígitos son significativos; por ejemplo, 345, tiene 3 dígitos significativos.
2. Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos; por ejemplo, 2 109, tiene 4 cifras significativas.
3. Los ceros a la izquierda del primer dígito, que no es cero, sirven solamente para fijar la posición del punto decimal y no son significativos; por ejemplo, 0.048, tiene solamente 2 cifras significativas.
4. En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último número diferente de cero son significativos; por ejemplo, 3.20000×10^5 tiene 6 cifras significativas.
5. En un número que no tiene punto decimal y que termina con uno o más ceros (como 4 700), los ceros con los cuales termina el número pueden ser o no significativos. El número es ambiguo en términos de cifras significativas. Para especificar el número de cifras significativas, se requiere información adicional acerca de cómo se obtuvo el número. Si el número es resultado de una medición, los ceros probablemente no son significativos. Si el número ha sido contado o definido, todos los dígitos son significativos (suponiendo que el recuento haya sido perfecto).

Para evitar la ambigüedad sobre el número de cifras significativas de un número, se expresan como el producto de un número por una potencia de 10 (un número que tenga un solo dígito en la parte entera) \times (por potencia de 10), tal como se muestra en el numeral 2 del ejemplo desarrollado. Cuando un número está expresado de esta forma, se dice que está en **notación científica**.

La notación científica se utiliza para expresar fácilmente números muy grandes o muy pequeños, en este grado se trabajará únicamente para números muy grandes.



Expresa las siguientes cantidades en notación científica con 4 cifras significativas.

a) 705.23

b) 84 500

c) 540 297

d) 5 967 000 000

3.3 Cantidades en notación científica



1. Para cada una de las siguientes cantidades, determina:

- a) Valor aproximado según se indica en cada caso.
- b) El valor absoluto del margen de error.
- c) Rango del valor absoluto del valor real.

Redondear a las décimas:

i) 0.9527

ii) 23.7954

Calcular y redondear a las centésimas:

iii) $47 \div 11$

iv) $137 \div 19$

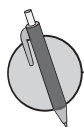
2. Expresa las siguientes cantidades en notación científica con 4 cifras significativas.

a) 507.43

b) 697 500

c) 980 315

d) 796 300 000



En cada una de las situaciones siguientes, realiza lo que se indica en cada literal.

- a) Identifica las cantidades que aparecen en negrilla.
- b) Redondea cada una a 4 cifras significativas.
- c) Exprésala en notación científica (número que tenga un solo dígito en la parte entera) \times (potencia de 10).

1. Plutón es un planeta enano muy lejano del sol. Su distancia promedio al sol es de **5 934 456 500** kilómetros.

2. La tierra es uno de los planetas que forman el sistema solar y su estrella más cercana es el sol, cuyo diámetro es de **1 392 000** km. González, E.(2006). *Génesis y características de las Rocas*. UCLM - 2006).

Problemas de aplicación

La estadística es una ciencia de aplicación práctica casi universal en los campos científicos:

- Ciencias naturales: se emplea con profusión en la descripción de modelos termodinámicos complejos en física cuántica, en teoría cinética de los gases, entre otros.
- Ciencias sociales y económicas: es un pilar básico del desarrollo de la demografía y la sociología aplicada.
- Economía: suministra los valores que ayudan a descubrir interrelaciones entre múltiples parámetros macro y microeconómicos.
- Ciencias médicas: permite establecer pautas sobre la evolución de las enfermedades y los enfermos, el grado de eficacia de un medicamento, entre otros.

Promedio de vida de las mujeres salvadoreñas

Según datos de la Dirección de Estadísticas y Censos (DIGESTYC), en el marco del proyecto “Fortalecimiento de la capacidad institucional para la producción de información estadística e indicadores para monitorear el cumplimiento de derechos de los niños y adolescentes”, la esperanza de vida al nacer ha incrementado tal como se detalla a continuación:

| Año | 2 000 | 2 005 | 2 010 |
|----------------------------|-------|-------|-------|
| Esperanza de vida al nacer | 74.9 | 75.9 | 76.9 |

Observación: se entiende la esperanza de vida al nacer como la edad media en años que viviría un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes al momento de su nacimiento no cambian a lo largo de toda su vida.

- a) ¿Cuánto aumentó la esperanza de vida del año 2 000 al 2 010?
- b) Si la tendencia de aumento de la esperanza de vida continua tal como lo ha hecho en los dos períodos mostrados, ¿cuál será la esperanza de vida para las personas que nazcan en el 2020?
- c) Investiga la esperanza de vida para los hombres, luego compara con la de las mujeres, ¿cuál es mayor?

Promedio de ingresos y gastos familiares

Consulta con las personas que viven contigo o con tus familiares más cercanos:

1. Ingresos diarios o mensuales
2. Gastos diarios o mensuales

Luego realiza lo siguiente:

- a) Ingreso mínimo e ingreso máximo.
- b) Calcula ingresos y gastos promedios.
- c) Investiga cómo hacer un presupuesto familiar y considerando los ingresos y gastos elabora uno para tu familia.